

THEORETICAL DETERMINATION OF EFFECTIVE ELASTIC CONSTANTS OF COMPOSITE AND ITS APPLICATION TO SEISMOLOGY (複合媒質の巨視的弾性定数の計算法と 地震学への応用)

著者	山本 清彦
号	664
発行年	1981
URL	http://hdl.handle.net/10097/24471

氏名・(本籍)	やまもと きよ ひこ 山 本 清 彦
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	理 第 6 6 4 号
学位授与年月日	昭 和 56 年 5 月 27 日
学位授与の要件	学位規則第 5 条第 2 項該当
最 終 学 歴	昭和41年 3 月 東北大学大学院理学研究科 (修士課程) 地球物理学専攻修了
学位論文題目	THEORETICAL DETERMINATION OF EFFECTIVE ELASTIC CONSTANTS OF COMPOSITE AND ITS APPLICATION TO SEISMOLOGY (複合媒質の巨視的弾性定数の計算法と地震学への応用)
論文審査委員	(主査) 教 授 鈴 木 次 郎 教 授 高 木 章 雄 教 授 平 沢 朋 郎

論 文 目 次

Chapter 1 General Introduction.

- 1.1 Introductory Remarks.
- 1.2 A Brief Review of Theoretical Studies.
- 1.3 Scope of the Present Thesis.

Chapter 2 Fundamental Theory.

- 2.1 Definition of Effective Elastic Constants.
- 2.2 Formal Expressions for Strain Energy.
- 2.3 Eshelby's Theory for Dilute Concentration of Inclusions.
- 2.4 Analytical Expressions for Effective Elastic Constants.

Chapter 3	New Self-Consistent Scheme in the Case of Random Orientation of Inclusions.
3.1	Theory.
3.2	Numerical Results.
3.3	Case of Multi-Phase Composite.
3.4	Comparison with Experimental Data.
3.5	Discussion and Conclusion.
Chapter 4	Effective Elastic Constants of Composite Material with Oriented Inclusions.
4.1	Theory.
4.2	Validity of the Present Method.
4.3	Results for Anisotropic Composite.
4.4	Conclusions.
Chapter 5	Application to Rock Mechanics.—Strength Distribution for Micro-Fractures in Rocks—
5.1	Introduction.
5.2	Theoretical Results of Velocity Anisotropy.
5.3	Change in Crack Density with Stress Difference.
5.4	Estimation of Tensile Stress.
5.5	Distribution of Fracture-Strength for Micro-Fractures.
5.6	Distribution Function of Micro-Fracture Strength.
5.7	Discussion on the Weakest Link Concept.
5.8	Conclusions.
Chapter 6	Application to Seismology. —The Low Velocity Zone in the Mantle—
6.1	Introduction.
6.2	Calculated Velocities of P- and S-waves.
6.3	Estimation of the Volume Fraction of Melting Phases.
Chapter 7	Conclusions and Suggestions for Further Study.
7.1	Summary of the Results Obtained by New Methods.
7.2	Summary of the Conclusions Obtained for the Rock Fracture Mechanics.
7.3	Summary of the Conclusions Obtained for the Low Velocity Zone.
7.4	Suggestions for Further Study.

論文内容要旨

1. はじめに

マントル上部にある地震波の低速度層は、マントル構成物質の部分溶融によって生じていると解釈されている。また、大地震の前兆現象として重要な地震波速度の低下は、いわゆるダイラタンシー(非弾性的体積歪増加)に起因すると考えられている。低速度層中の液相の量を知ることが、上部マントルの構成物質や、温度・圧力状態を知る上に欠かせぬことである。ダイラタンシーの進行過程は、地震の発生機構を理解し、地震の発生と前兆現象の因果関係を解明する為に極めて重要である。これらの問題は、固相を母体とし、液相あるいは気相を介在物とした複合媒質として低速度層あるいは地殻をモデル化することによって解くことができる。ただしその為には、液相や気相の介在物を多量に含む複合媒質の巨視的弾性定数が理論的に計算できることが必要不可欠である。

稀薄介在物を含む複合媒質についての計算方法は、Eshelby(1957)の研究によって確立されたと言える。しかしながら多量の介在物を含む媒質については、数多くの研究にもかかわらず、未解決である。この論文ではまず、複合媒質が等方的である場合には、いかに多量の回転楕円体形介在物が存在しても適用できる計算法が提案される。回転楕円体形介在物が特定の方向性をもつことにより、複合媒質が巨視的な異方性を示す場合には、稀薄介在物に対する理論の改良が試みられる。

これらの計算法は、地震学的に興味ある二つの問題に適用される。一つは、不均質媒質である岩石試料内に発生する微小破壊に対する強度分布に関する問題である。他方は低速度層内の溶融相に関する問題である。

2. 巨視的弾性定数の理論計算法

第3章で提案される NSC 法(new self-consistent scheme)は、回転楕円体形介在物の方向分布、空間分布が統計学的に一樣な場合に用いることができる。このような介在物を含む複合媒質は一般に巨視的には均質かつ等方的である。したがって、これを均質等方な母体とみなすことにしよう。さらに、この仮想の母体に微小量の介在物を挿入する場合を考えるならば、稀薄介在物の場合の計算法を適用し、母体の巨視的弾性定数から新たな複合媒質の巨視的弾性定数を計算することができよう。この操作を繰り返し行うことによって、必要な体積比の介在物を含む複合媒質の巨視的弾性定数を計算することができる。ただし、繰り返し入れられる介在物は、複合媒質中のでたらめな位置に入れられると考えなければならない。したがって、既存介在物の一部は新たな介在物によって置換される。複合媒質中に介在物が占める真の体積比は、この置換分を考慮して求めねばならない。

この方法で計算された巨視的弾性定数は、i) 介在物のいかなる体積比に対しても Hashin

and Shtrikman の上下限内にあること, ii) 母体とすべての介在物の剛性率が全く等しいという特殊な場合 (Hill の場合) には, その厳密解に一致すること, iii) 介在物の体積比が 1 に近づくとき, 求められた巨視的弾性定数は介在物のそれに漸近すること, Kuster and Toksöz (1974) による液体中に固体の介在物が存在する場合の実験値とよく一致することが見出された。以上のことから, NSC 法は介在物のいかなる体積比に対しても有効であると結論できる。

NSC の概念は, 介在物の向きが任意の場合にも適用できると考えられる。しかしながら一般に異方性体中の介在物の変形に対する解は複雑であって NSC の適用は実用的でない。第 4 章では, このような場合に適用される実用的な近似計算法が提案される。この方法では, 介在物と母体の外部境界との相互作用が近似的に考慮されている。したがって, この計算法は稀薄介在物の理論の一改良であり, 比較的多量の介在物に対しても適用可能である。

介在物の向きがでたらめである場合について, この計算法による巨視的弾性定数と, NSC との結果とを比較することにより, この計算法の適用範囲を検討した。その結果, 母体のポアソン比が 0.3 よりも小さい場合, 真空の球状介在物に対しては, 介在物の体積比が約 0.3 以内, 真空の円盤型介在物に対してはクラック密度 (介在物の体積比/回転楕円体介在物の縦横比) が約 1 以内であれば適用できることが確かめられた。以上のことから, この計算法が, 稀薄介在物の場合の計算法よりも広い範囲の介在物の体積比で, 異方性複合媒質の巨視的弾性定数を計算できることが結論される。

3. 岩石破壊力学への応用

Matsushima (1960) は, 三軸圧縮 ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) 下での花崗岩試料の弾性波速度と圧縮応力との関係を測定している。第 4 章で提案した方法を用いて, 圧縮軸に直角に伝播する P 波速度変化に関する実験結果を解析し, 軸応力とクラック密度 v_0 の関係を求めた。その結果

$$v_0 = N(\sigma_3) f(r),$$

なる関係を得た。ここで r は試料の圧縮強度で規格化された差応力であり, σ_3 は封圧である。試料内の微小破壊に対して Mohr-Coulomb の法則が成立すると仮定すると, r とせん断強度で規格化されたせん断応力 u との関係を得ることができる。 $f(r)$ を $f(u)$ と書き換えると, $f(u)$ は微小破壊の強度分布を表わすと見做すことができる。

微小破壊の強度分布は Weibull 分布では説明できない。これは試料内に生成された多数の微小破壊の相互干渉に起因すると考えられる。既存クラックによる応力集中を考慮に入れるため, 新たな微小破壊の生成に有効な応力 u_e を

$$u_e = u(1 + au^m)$$

と定義する, ここで a は定数, m は Weibull 分布の均一性係数である。 u に対する微小破壊の分布関数は

$$G_m(u) = 1 - \exp[-su^m(1 + au^m)^m]$$

と書ける。これを修正 Weibull 分布と呼ぶ。 $f(u)$ はこの $G_m(u)$ によって十分に説明される。最小二乗法によって得られた s , m , a の値から平均的にみて、試料は $G_m=0.016$ で最終破壊することが結論される。

微小破壊に対する強度分布と試料強度の分布の関係を知るために、最弱リンク説の適用を試みた。ただし、試料の体積要素は微小破壊に直接関係する体積要素を意味しないが、それらの強度分布は同じであると仮定する。得られた s , m , a の値を用いて、他の研究者によって試料圧縮強度が測定されている花崗岩試料の強度分布を理論的に推定した。その理論分布は測定された強度分布ときわめて良く一致する。このことは、修正 Weibull 分布と、最弱リンク説の有効性を示唆するものである。

不均質媒質内で発生する微小破壊に対する強度分布とその試料の破壊との関係は、不均質媒質である地殻の破壊である地震の発生過程を究明する上で極めて重要な課題といえる。

4. 低速度層への応用

提案された二つの計算方法を利用して上部マントルの低速度層において溶融相が占める体積比の推定を試みた。ここで、低速度層が部分溶融のみに起因していること、固相の弾性定数は、その直上の高速度層のそれらと同じであることを仮定した。まず、溶融相介在物が完全流体であるとする、

- (i) 溶融相の非圧縮の上限は固相のその0.35倍であり、かつ、溶融相の体積比は14%以下である。
- (ii) 高温下における岩石物性の実験結果を考慮すると、溶融相介在物の形状は、縦横比無限小の円盤型では説明できず、その縦横比の下限は約0.08であり、体積比の下限は約5%である。
- (iii) SV 波と SH 波の約7%に及ぶ速度差の観測事実は溶融相の縦横比を0.1とすると介在物の約30%がその短軸を鉛直方向に向けているとすれば説明できる。なお、残りの70%の介在物は無指向性である。

次に、介在物が剛性率のきわめて小さい軟らかい固体であると仮定すれば、

- (i) 縦横比無限小の円盤型介在物で低速度層を説明することができる。
- (ii) 前記の SV 波と SH 波の速度差に関する観測事実は全介在物の約25%が指向性を有すると考えることにより説明可能である。

このような速度異方性に関する情報は海洋プレート内の応力場を推定する上にとりわけ重要であり、ひいてはプレートの駆動力の解明への手掛かりとなろう。

論文審査の結果の要旨

地球内部を構成する岩石は多種の鉱物からなる複雑な複合物質であるが、地球物理学的観測からはこれを巨視的に見た場合の情報が求められる。従って複合物質の巨視的諸定数の決定は岩石力学のみならず地球物理学においても重要な問題である。本論文はこうした複合物質の巨視的弾性定数を求める新しい方法を提唱したものである。第1、2章においては従来の諸方法の検討を行いその特徴・欠点を明らかにしている。第3章において著者は本論文の中核である新しい方法を提唱している。これは従来の稀薄な内在物の場合の解をくり返し適用することによって、任意の内在物の比率においても適用できるようにした点がその骨子である。この方法は多種類の内在物を持つ場合にも利用できる。また種々の場合の計算結果は従来の諸方法に比べてこの方法がより妥当な結果を示しており、かつそれは実験的結果ともよく適合している。第4章では異方性物質に対して実用的な近似的計算法を示し、かつこの方法の適用範囲を確かめ、従来の諸方法より広い範囲で適用可能であることを示している。第5章ではこのような方法を利用し、微小破壊が修正ワイブル分布に従うとし、かつ最弱リンク説の考えに基づいて、岩石の破壊強度の分布を推定し、実験結果との良い一致が得られることを見出している。第6章は地球のマントル上部に存在する低速層について、低速層が物質内に溶融物が部分的に存在するものと考え、これに本方法を利用したものである。その結果溶融層の体積比は14%以下であることや、SV波とSH波に対する速度差は内在物の25%程度のものが指向性を持つならば説明可能であるといった結果を求めている。

以上のように本論文は岩石力学的にも地球物理学的にも極めて興味深い結果を与えており、著者が自立して研究を行うに十分な学識と才能を有することを示している。よって山本清彦提出の論文は理学博士の学位論文として合格と認める。